1. Să se găsească cel mai mic număr pozitiv u > 0, de forma u = 10-m care satisface proprietatea: 1 1 +c u≠ unde prin +c am notat operația de adunare efectuată de calculator. Numărul u se numește precizia mașină.

2. Operația +c este neasociativă: fie numerele x=1.0 , y = u , z = u , unde u este precizia mașină calculată anterior. Să se verifice că operația de adunare efectuată de calculator este neasociativă: ( ) () cc cc xy zx yz + + ≠+ + . Să se găsească un exemplu pentru care operația de înmulțire ×c este neasociativă.

3. Algoritmul lui Strassen de înmulțire a matricelor Fie , Ρn n A B × ∈ două matrice reale pătratice de dimensiune n. Elementele matricei produs Ρn n C AB × = \*∈ se calculează folosind formula clasică: 1 , , 1,..., . n ij i k kj k c ab i j n = = = ∑ Dacă se folosește relația de mai sus, calculul matricei produs C, necesită n3 înmulțiri și n2 (n-1) adunări de numere reale. Vom prezenta în continuare algoritmul lui Strassen de înmulțire a două matrice, care va face un număr de înmulțiri de ordinul 2.807 O( ) n dar mai multe adunări decât în algoritmul clasic de înmulțire a matricelor. Vom considera doar cazul când dimensiunea matricei este o putere a lui 2, n=2q . Considerăm următoarea înmulțire a unor matrice bloc 2 x 2 (n=2m): 11 12 11 12 11 12 21 22 21 22 21 22 , ,, Ρm m ij ij ij CC AA BB ABC CC AA BB × ⎡ ⎤ ⎡ ⎤⎡ ⎤ ⎢ ⎥ ⎢ ⎥⎢ ⎥ = ∈ ⎣ ⎦ ⎣ ⎦⎣ ⎦ . Folosind algoritmul clasic avem 11 2 2 , , 1, 2. C AB AB ij ij i j i j = + = Calculul matricei C se face folosind 8 înmulțiri și 4 adunări (pentru m=1 sunt operațiile obișnuite cu numere reale iar pentru m > 1, este vorba de operațiile de adunare și înmulțire matriciale). În 1969, Strassen a arătat că produsul matricial de mai sus se poate face cu doar 7 înmulțiri și 18 adunări în felul următor: se calculează 7 matrice auxiliare Pi , i=1,...,7 ( )( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )( ) ( )( ) 1 11 22 11 22 2 21 22 11 3 11 12 22 4 22 21 11 5 11 12 22 6 21 11 11 12 7 12 22 21 22 PAABB P A AB PAB B PAB B P A AB PAABB P AABB =+ + = + = − = − = + =− + =− + Folosind matricele de mai sus, se poate arăta că: 11 1 4 5 7 12 3 5 21 2 4 22 1 3 2 6 C PPPP C PP C PP C PPPP = +−+ = + = + = +−+ Numărul total de operații care se fac dacă se folosește algoritmul clasic de înmulțire a matricelor este de n3 =(2m)3 =8m3 înmulțiri și n3 -n2 =(2m)3 -(2m)2 =8m3 -4m2 adunări. Dacă se aplică algoritmul lui Strassen, folosind la calculul matricelor Pi înmulțirea clasică, numărul de operații este: 7m3 înmulțiri şi 7m3 +11m2 adunări. Dacă m ? 1 metoda lui Strassen face aproximativ cu 1/8 mai puține operații decât algoritmul clasic. Ideea algoritmului lui Strassen poate fi aplicată și la calculul matricelor Pi. Dacă dimensiunea matricelor A și B este n=2q , algoritmul poate fi aplicat recursiv până se ajunge la blocuri de dimensiune 1. În practică, este indicat să se aplice recursiv algoritmul lui Strassen până când dimensiunea blocurilor Aij , Bij devine suficient de mică (n ≤ nmin=2d ). Să se implementeze algoritmul lui Strassen de înmulțire a două matrice pătratice A și B de dimensiune n=2q până când n ≤ nmin=2d : C = multiply\_Strassen (A, B, n, n\_min) sau C = multiply\_Strassen (A, B, q, d).